Formális nyelvek esti, minta a 2. zh-hoz

Feladatok:

1. Adjunk az alábbi EBNF-fel ekvivalens alap BNF-et!

1.a $< L >::= \{b\{a\}_0^1\}_1^\infty\{aa|b\}_0^\infty$

1.b $< L >::= c|b\{\{a\}_0^1\}\{b|c\}_1^\infty\}_0^\infty$

2. A gyakorlaton tanult algoritmusokat szemléltetve adjuk meg a G-vel ekvivalens hármas normálformájú nyelvtant, NDA-t, majd VDA-t (mindkét automatát táblázatos formában)!

2.a $G = (\{a, b\}, \{S, A, B\}, \{S \to aA|aB, A \to bA|\varepsilon, B \to aS|aB\}, S)$

2.b $G : S \to aA|aB,\ A \to aA|bS,\ B \to aS|\varepsilon$

2.c $G : S \to aS|aa|bB,\ A \to bB|C,\ B \to bA|A,\ C \to a|A$

3. Adja meg az alábbi nyelv maradéknyelveit, és az ezekből adódó DA-t!

3.a $L = ((b|\varepsilon)a)^*b$

3.b $L = (\{a, b\}\{c, \varepsilon\})^*$

3.c $L = (\{aa\}\{b, c\})^*$

3.d $L = ((b|\varepsilon)a)^*b$

3.e $L = \{a\}^*\{b\}$

3.f $L = \{u \in \{a, b\}^*|(l_a(u) mod 2) = 1 \land bb$ nem részszava u-nak $\}$

4. Adjunk az L nyelvhez egy vermes, üres veremmel elfogadó automatát!

4.a $L = \{uu^{-1}|u \in \{a, b\}^*\}$

4.b $L = \{u \in \{a, b\}^*|u = u^{-1}|\}$

4.c $L = \{a^ib^j|i, j \in \mathbb{N}_0 \land i \neq j\}$

4.d $L = \{u \in \{a, b\}^*|l_a(u) = l_b(u)\}$

4.e $L = \{u \in \{a, b\}^*|l_a(u) = 2 * l_b(u)\}$

4.f $L = L(G)$, ahol $G : S \to \varepsilon|aSb|SS|aS$

5. Veremautomata konfigurációs gráfja

5.a

(1) $(S, a, \#) \rightarrow (S, a)$
(2) $(S, a, a) \rightarrow (S, aa)$
(3) $(S, \varepsilon, a) \rightarrow (S, \varepsilon)$
(4) $(S, b, a) \rightarrow (S, \varepsilon)$

Rajzoljuk fel a fenti egy vermes, üres veremmel elfogadó automata konfigurációs gráfját, ha az elemzendő szó az aab ! Jelöljük a gráfban az elfogadó konfigurációkat és a zsákutcákat is!

5.b

(1) $(S, a, \#) \rightarrow (S, a)$
(2) $(S, a, a) \rightarrow (S, aa)$
(3) $(S, a, a) \rightarrow (V, \varepsilon)$
(4) $(V, a, a) \rightarrow (V, \varepsilon)$

Rajzoljuk fel a fenti egy vermes, üres veremmel elfogadó automata konfigurációs gráfját, ha az elemzendő szó az $aaaa$! Jelöljük a gráfban az elfogadó konfigurációkat és a zsákutcákat is!

Megoldás vázlatok:

1.a

$< L >::=< E >< N >$
$< E >::= b < A > |b < A >< E >$
$< A >::= \varepsilon|a$
$< N >::= \varepsilon|aa < N > |b < N >$

2.a NDA:

	a	b
→ S	{A,B}	{}
← A	{}	{A}
B	{S,B}	{}

2.a DA:

	a	b
→ {S}	{A,B}	{}
← {A,B}	{S,B}	{A}
{S,B}	{S,A,B}	{}
← {A}	{}	{A}
← {S,A,B}	{S,A,B}	{A}
{}	{}	{}

3. Az L_p maradéknyelv címkézi azt az állapotot, amibe az automata a p szó hatására kerül. (Ezért L_ε címkézi a kezdő állapotot, és az L_p-vel címkézett állapotból a t betű hatására az L_{pt}-vel címkézett állapotba megy az automata; L_p pedig akkor és csak akkor címkéz elfogadó állapotot, ha az L_p-nek megfelelő (reguláris) kifejezés az üres szót is leírja.)

Mj.: A kezdő maradéknyelvet *jobbra nyíl*, az üres szót is tartalmazó új maradéknyelveket *balra nyíl*, a kezdő maradéknyelvtől különböző, üres szót nem tartalmazó új maradéknyelveket pedig *gondolatjel* előtéttel emeltük ki.

3.a

$\rightarrow L_\varepsilon = ((b|\varepsilon)a)^*b$
$L_a = L_\varepsilon$ // Itt nem kapunk új maradéknyelvet.
$\leftarrow L_b = a((b|\varepsilon)a)^*b|\varepsilon$
$L_{ba} = L_\varepsilon$
– $L_{bb} = \{\}$

	a	b
$\rightarrow L_\varepsilon$	L_ε	L_b
$\leftarrow L_b$	L_ε	{}
{}	{}	{}

3.b

$\rightleftarrows L_\varepsilon = (\{a,b\}\{c,\varepsilon\})^*$
$\leftarrow L_a = \{c,\varepsilon\}L_\varepsilon$
$L_b = \{c,\varepsilon\}L_\varepsilon = L_a$
– $L_c = \{\}$
$L_{aa} = (L_a)_a = L_a$
$L_{ab} = (L_a)_b = L_b = L_a$
$L_{ac} = (L_a)_c = L_\varepsilon$

	a	b	c
$\rightleftarrows L_\varepsilon$	L_a	L_a	$\{\}$
$\leftarrow L_a$	L_a	L_a	L_ε
$\{\}$	$\{\}$	$\{\}$	$\{\}$

3.c

$\rightleftarrows L_\varepsilon = (\{aa\}\{b,c\})^*$
– $L_a = \{a\}\{b,c\}L_\varepsilon$
– $L_b = \{\}$
$L_c = \{\}$
– $L_{aa} = (L_a)_a = \{b,c\}L_\varepsilon$
$L_{ab} = (L_a)_b = \{\}$
$L_{ac} = (L_a)_c = \{\}$
$L_{aaa} = (L_{aa})_a = \{\}$
$L_{aab} = (L_{aa})_b = L_\varepsilon$
$L_{aac} = (L_{aa})_c = L_\varepsilon$

	a	b	c
$\rightleftarrows L_\varepsilon$	L_a	$\{\}$	$\{\}$
L_a	L_{aa}	$\{\}$	$\{\}$
L_{aa}	$\{\}$	L_ε	L_ε
$\{\}$	$\{\}$	$\{\}$	$\{\}$

3.d

$\rightarrow L_\varepsilon = ((b|\varepsilon)a)^*b$
$L_a = L_\varepsilon$
$\leftarrow L_b = a((b|\varepsilon)a)^*b|\varepsilon$
$L_{ba} = L_\varepsilon$
– $L_{bb} = \{\}$

	a	b
$\rightarrow L_\varepsilon$	L_ε	L_b
$\leftarrow L_b$	L_ε	$\{\}$
$\{\}$	$\{\}$	$\{\}$

3.f
$\rightarrow L_\varepsilon = \{u \in \{a,b\}^* | (l_a(u) mod 2) = 1 \wedge bb$ nem részszava u-nak $\}$
$\leftarrow L_a = \{u \in \{a,b\}^* | (l_a(u) mod 2) = 0 \wedge bb$ nem részszava u-nak $\}$
– $L_b = \{u \in \{a,b\}^* | (l_a(u) mod 2) = 1 \wedge u_{[1]} = a \wedge bb$ nem részszava u-nak $\}$
$L_{aa} = (L_a)_a = L_\varepsilon$
$\leftarrow L_{ab} = (L_a)_b = \{u \in \{a,b\}^* | (l_a(u) mod 2) = 0 \wedge$ $(u = \varepsilon \vee u_{[1]} = a) \wedge$
. bb nem részszava u-nak $\}$
$L_{ba} = (L_b)_a = L_a$
– $L_{bb} = (L_b)_b = \{\}$
$L_{aba} = (L_{ab})_a = L_\varepsilon$
$L_{abb} = (L_{ab})_b = \{\}$

	a	b
$\rightarrow L_\varepsilon$	L_a	L_b
$\leftarrow L_a$	L_ε	L_{ab}
L_b	L_a	$\{\}$
$\leftarrow L_{ab}$	L_ε	$\{\}$
$\{\}$	$\{\}$	$\{\}$

4. Adjunk az L nyelvhez egy vermes, üres veremmel elfogadó automatát!

4.a $L = \{uu^{-1} | u \in \{a,b\}^*\}$
$(S, \varepsilon, \#) \rightarrow (S, \varepsilon)$
$(S, a, \#) \rightarrow (S, a), \qquad (S, b, \#) \rightarrow (S, b)$
$(S, a, a) \rightarrow (V, \varepsilon) | (S, aa)$
$(S, a, b) \rightarrow (S, ab), \qquad (S, b, a) \rightarrow (S, ba)$
$(S, b, b) \rightarrow (V, \varepsilon) | (S, bb)$
$(V, a, a) \rightarrow (V, \varepsilon), \qquad (V, b, b) \rightarrow (V, \varepsilon)$

4.c $L = \{a^i b^j | i, j \in \mathbb{N}_0 \wedge i \neq j\}$
$(S, a, \#) \rightarrow (S, a\#), \qquad (S, a, a) \rightarrow (S, aa)$
$(S, \varepsilon, a) \rightarrow (A, \varepsilon)$
$(S, b, a) \rightarrow (B, \varepsilon)$
$(S, b, \#) \rightarrow (B, b)$
$(A, \varepsilon, a) \rightarrow (A, \varepsilon), \qquad (A, \varepsilon, \#) \rightarrow (A, \varepsilon)$
$(B, b, b) \rightarrow (B, b), \qquad (B, \varepsilon, b) \rightarrow (B, \varepsilon)$
$(B, b, a) \rightarrow (B, \varepsilon)$
$(B, b, \#) \rightarrow (B, b)$
$(B, \varepsilon, a) \rightarrow (A, \varepsilon)$

4.e $L = \{u \in \{a,b\}^* | l_a(u) = 2 * l_b(u)\}$
$(S, \varepsilon, \#) \to (S, \varepsilon)$
$(S, a, \#) \to (S, a\#)$, $\qquad (S, a, a) \to (S, aa)$
$(S, b, \#) \to (S, bb\#)$, $\qquad (S, b, b) \to (S, bbb)$
$(S, a, b) \to (S, \varepsilon)$, $\qquad (S, b, a) \to (A, \varepsilon)$
$(A, \varepsilon, a) \to (S, \varepsilon)$, $\qquad (A, \varepsilon, \#) \to (S, b\#)$

4.f $L = L(G)$, ahol $G : S \to \varepsilon | aSb | SS | aS$
$(S, \varepsilon, x) \to (S, \varepsilon)$
$(S, a, x) \to (S, ax) \qquad x \in \{a, \#\}$
$(S, b, a) \to (S, \varepsilon)$

5. Veremautomata konfigurációs gráfja

5.a veremautomata

`(1)`	$(S, a, \#) \to (S, a)$
`(2)`	$(S, a, a) \to (S, aa)$
`(3)`	$(S, \varepsilon, a) \to (S, \varepsilon)$
`(4)`	$(S, b, a) \to (S, \varepsilon)$

5.a konfigurációs gráf

$$\begin{tikzcd}
< S, aab, \# > \arrow[d, "(1)"] & & \\
< S, ab, a > \arrow[r, "(3)"] \arrow[d, "(2)"] & < S, ab, \varepsilon > [X] & \\
< S, b, aa > \arrow[r, "(3)"] \arrow[d, "(4)"] & < S, b, a > \arrow[r, "(3)"] \arrow[d, "(4)"] & < S, b, \varepsilon > [X] \\
< S, \varepsilon, a > \arrow[d, "(3)"] & < S, \varepsilon, \varepsilon > [+] & \\
< S, \varepsilon, \varepsilon > [+] & &
\end{tikzcd}$$

5.b veremautomata

(1) $(S, a, \#) \to (S, a)$

(2) $(S, a, a) \to (S, aa)$

(3) $(S, a, a) \to (V, \varepsilon)$

(4) $(V, a, a) \to (V, \varepsilon)$

5.b konfigurációs gráf

$$
\begin{tikzcd}
< S, aaaa, \# > \arrow[d, "(1)"] & & \\
< S, aaa, a > \arrow[d, "(2)"] \arrow[r, "(3)"] & < V, aa, \varepsilon > [X] & \\
< S, aa, aa > \arrow[d, "(2)"] \arrow[r, "(3)"] & < V, a, a > \arrow[r, "(4)"] & < V, \varepsilon, \varepsilon > [+] \\
< S, a, aaa > \arrow[d, "(2)"] \arrow[r, "(3)"] & < V, \varepsilon, aa > [X] & \\
< S, \varepsilon, aaaa > [X] & &
\end{tikzcd}
$$