## Feladatok

1. Készítsünk nyelvtant, mely azokat az $u \in \{a, b\}^\star$ szavakat fogadja el, melyek $a$-val kezdődnek és $b$-vel végződnek.
2. Készítsünk nyelvtant, mely az $u = a^n b^n$ $n \geq 1$ szavakat fogadja el.
3. Készítsünk nyelvtant, mely az $u = a^n b^n c^n$ $n \geq 1$ szavakat fogadja el.
4. Készítsünk nyelvtant, mely az olyan $a, b$-ből álló szavakat fogadja el, melyekben páros számú $a$ és páratlan számú $b$ van.
5. Készítsünk nyelvtant, mely az olyan $a$-kból álló szavakat fogadja el, melyek hossza nemnulla négyzetszám.
6. Készítsünk nyelvtant a 4-el osztható bináris számok nyelvéhez.
7. Készítsünk nyelvtant azokhoz az $a, b, c$-t tartalmazó szavakhoz, melyekben a $c$-k száma 5-el osztva 2-t ad maradékul.
8. Készítsünk nyelvtant azon 4-es számrendszerben felírt számokhoz, melyek 3-al oszthatók.
9. Készítsünk nyelvtant ahhoz az $a, b$ betűk feletti nyelvhez, melynek szavai ugyanannyi $a$-t és $b$-t tartalmaznak.
10. Készítsünk nyelvtant ahhoz az $a, b$ betűk feletti nyelvhez, melynek szavai palindrómák (megegyeznek a megfordításukkal).
11. Készítsünk nyelvtant ahhoz az $a, b$ betűk feletti nyelvhez, melynek szavai négyzetek ($v^2$ alakúak, ahol $v$ $a, b$ feletti szó).
12. Készítsünk nyelvtant ahhoz az $a, b, c$ betűk feletti nyelvhez, melynek szavai ugyanannyi $a$-t és $b$-t és $c$-t tartalmaznak.
13. Készítsünk nyelvtant, mely az olyan $a$-kból álló szavakat fogadja el, melyek hossza 2 hatvány.
14. Milyen nyelvet generál az alábbi szabályrendszer?

$$
\begin{array}{lll}
S & \longrightarrow & aA \\
S & \longrightarrow & bB \\
S & \longrightarrow & cC \\
A & \longrightarrow & aA \\
A & \longrightarrow & bB \\
B & \longrightarrow & bB \\
B & \longrightarrow & cC \\
C & \longrightarrow & cC \\
C & \longrightarrow & aA \\
A & \longrightarrow & \varepsilon \\
B & \longrightarrow & \varepsilon \\
C & \longrightarrow & \varepsilon
\end{array}
$$

15. Milyen nyelvet generál az alábbi szabályrendszer?

$$\begin{array}{lcl} S & \longrightarrow & aB \\ S & \longrightarrow & bA \\ A & \longrightarrow & aS \\ A & \longrightarrow & a \\ A & \longrightarrow & bAA \\ B & \longrightarrow & bS \\ B & \longrightarrow & b \\ B & \longrightarrow & aBB \end{array}$$

16. Láncmentesítsük!

$$\begin{array}{lcl} S' & \longrightarrow & S \mid \varepsilon \\ S & \longrightarrow & AB \mid A \mid B \\ A & \longrightarrow & X_aA \mid X_a \\ B & \longrightarrow & CC \mid C \mid X_aX_b \\ C & \longrightarrow & X_aZ \mid X_aA \mid X_aS \mid X_a \\ Z & \longrightarrow & AS \\ X_a & \longrightarrow & a \\ X_b & \longrightarrow & b \end{array}$$

17. Igaz-e? $(011 \cup (10)^*1 \cup 0)^* = 011(011 \cup (10)^*1 \cup 0)^*$

18. Igaz-e? $((1 \cup 0)^*100(1 \cup 0)^*)^* = ((1 \cup 0)100(1 \cup 0)^*100)^*$

19. Igaz-e? $(10)^*(01 \cup 10)1^* = 1(01)^*01^* \cup (10)^*01^+$

20. Rajzoljuk fel a megfelelő szintaxisgráfot!
$\langle$angol szótár$\rangle$ ::=@{$\langle$angol szó$\rangle$[$\langle$fonetikus alak$\rangle$]@{$\langle$sorszám$\rangle$.$\langle$jelentés$\rangle$}; }

21. $L_1 = \mathrm{Sel}(t_1)$, $L_2 = \mathrm{Sel}(t_2)$, $L_1 \cap L_2 =$?

22. Van-e olyan $t$ fa, melyre, hogy $\mathrm{Sel}(t) = L$, ha $L = \{0, 01, 1, 10, 101\}$?
Ha van rajzoljuk is le!

23. Van-e olyan $t$ fa, melyre, hogy $\mathrm{Sel}(t) = L$, ha $L = \{\varepsilon, 0, 1, 00, 10, 11, 110, 111\}$?
Ha van rajzoljuk is le!

24. Van-e olyan $t$ fa, melyre, hogy $\mathrm{Sel}(t) = L$, ha $L = \{\varepsilon, 0, 2, 21, 22, 00, 01, 02, 201, 202, 002\}$?
Ha van rajzoljuk is le!

25. Írjuk fel reguláris kifejezéssel a valamelyik betűből legalább 3 darabot tartalmazó $T = \{a, b\}$ feletti szavak nyelvét!

26. Írjuk fel reguláris kifejezéssel az *abb* szót részszóként tartalmazó $T = \{a, b\}$ feletti szavak nyelvét!

27. Írjuk fel reguláris kifejezéssel az *abba* és *baba* szavakat részszóként tartalmazó $T = \{a, b\}$ feletti szavak nyelvét!

28. Igaz-e? $(L \cup L^{-1})^* = L^* \cup (L^{-1})^*$.
Ha nem, igaz-e legalább az egyik irányú tartalmazás?

29. Igaz-e? $(L \cap L^{-1})^* = L^* \cap (L^{-1})^*$.
Ha nem, igaz-e legalább az egyik irányú tartalmazás?

30. $L_1 = a^*b^*ab$, $L_2 = \{ab^{2n+1} | n \geq 0\}$. $L_1L_2 =$?

31. $L_1 = a^*b^*ab$, $L_2 = \{ab^{2n+1} | n \geq 0\}$. $L_1 \cap L_2 =$?

32. Írjuk fel EBNF-fel!

33. Igaz-e? $L_1(L_2 \cup L_3)^* = L_1L_2^* \cup L_1L_3^*$.

34. Igaz-e? $L_1(L_2 \cap L_3)^* = L_1L_2^* \cap L_1L_3^*$.

35. $T = \{a, b, c, d\}$. $L = \{a^n b^n u | n \in \mathbb{N}, \ell_a(u) = 1, u \in \{a, c, d\}^*\}$.
Generáljuk $L$-et nyelvtannal!
Milyen típusú a generált nyelvtan?

36. $T = \{a, b, c, d\}$. $L = \{(ba)^n u (ab)^n | n \in \mathbb{N}, \ell_d(u) = 2, u \in \{b, c, d\}^*\}$.
Generáljuk $L$-et nyelvtannal!
Milyen típusú a generált nyelvtan?

37. $L = \{u \in \{a, b, c\}^* | \ell_a(u) = \ell_b(u) = \ell_c(u), ab, bc, ca \nsubseteq u\}$.
Generáljuk $L$-et nyelvtannal!

38. $L = ac(\varepsilon \cup (acb)^* ac)b \cup a$.
Generáljuk $L$-et 3. típusú nyelvtannal!
Ha még nincs azon, hozzuk 3. típusú normálformára!

39. $L = (\varepsilon \cup c \cup (cab)^+ c)ab$.
Generáljuk $L$-et 3. típusú nyelvtannal!
Ha még nincs azon, hozzuk 3. típusú normálformára!

40. $L = \{u \in T^* | uu^{-1}u^{-1}\}$.
Generáljuk $L$-et nyelvtannal!

41. $L = ab^*a^2$. $(L^*)^{-1} =$?

42. $L = ab^*a^2$. $L^{-1} \cup (\mathrm{Suf}(L)) =$?

43. $L = ab^*a^2$. $L \cap (\mathrm{Suf}(L)) =$?

44. Hozzuk Chomsky normálformára a $G = \langle \{a, b, c\}, \{S, A, B, C\}, \mathcal{P}, S \rangle$ környezetfüggetlen nyelvtant, ha $\mathcal{P}$ a következő szabályokból áll:

$$
\begin{array}{lcl}
S & \longrightarrow & AB \,|\, a \\
A & \longrightarrow & aa \,|\, ACB \,|\, bAC \,|\, \varepsilon \\
B & \longrightarrow & bb \,|\, BAC \,|\, aBC \\
C & \longrightarrow & cc \,|\, a
\end{array}
$$

45. Hozzuk Chomsky normálformára a $G = \langle \{a, b\}, \{S, A, B, C, D\}, \mathcal{P}, S \rangle$ környezetfüggetlen nyelvtant, ha $\mathcal{P}$ a következő szabályokból áll:

$$
\begin{array}{lcl}
S & \longrightarrow & ABBC \,|\, AAA \\
A & \longrightarrow & aCBb \,|\, B
\end{array}
$$

$$\begin{aligned} B &\longrightarrow S \mid \varepsilon \\ C &\longrightarrow aDC \\ D &\longrightarrow bCA \mid b \end{aligned}$$

46. Hozzuk Chomsky normálformára a $G = \langle \{a, b\}, \{S, A, B\}, \mathcal{P}, S \rangle$ környezetfüggetlen nyelvtant, ha $\mathcal{P}$ a következő szabályokból áll:

$$\begin{aligned} S &\longrightarrow \varepsilon \mid ASB \\ A &\longrightarrow aaA \mid \varepsilon \\ B &\longrightarrow Bbb \mid b \end{aligned}$$

47. Hozzuk Chomsky normálformára a $G = \langle \{a, b, c\}, \{S, A, B, C\}, \mathcal{P}, S \rangle$ környezetfüggetlen nyelvtant, ha $\mathcal{P}$ a következő szabályokból áll:

$$\begin{aligned} S &\longrightarrow aAB \mid AC \\ A &\longrightarrow ABC \mid aBC \mid BAC \mid \varepsilon \\ B &\longrightarrow b \mid aa \mid C \\ C &\longrightarrow c \mid bb \end{aligned}$$

48. Hozzuk Chomsky normálformára a $G = \langle \{a, b, c\}, \{S, A, B, C, D\}, \mathcal{P}, S \rangle$ környezetfüggetlen nyelvtant, ha $\mathcal{P}$ a következő szabályokból áll:

$$\begin{aligned} S &\longrightarrow aAB \mid A \\ A &\longrightarrow aCBb \mid \varepsilon \mid BD \\ B &\longrightarrow DA \mid bbBC \\ C &\longrightarrow aDC \\ D &\longrightarrow bCA \mid b \mid \varepsilon \end{aligned}$$

49. Hozzuk Kuroda normálformára a $G = \langle \{a, b\}, \{S, A, B\}, \mathcal{P}, S \rangle$ környezetfüggő nyelvtant, ha $\mathcal{P}$ a következő szabályokból áll:

$$\begin{aligned} S &\longrightarrow ABS \mid AaB \\ BA &\longrightarrow AbB \mid ba \\ aA &\longrightarrow Aa \\ A &\longrightarrow ab \end{aligned}$$

50. Hozzuk 3. típusú normálformára a $G = \langle \{a, b\}, \{S, A, B\}, \mathcal{P}, S \rangle$ nyelvtant, ha $\mathcal{P}$ a következő szabályokból áll:

$$\begin{aligned} S &\longrightarrow \varepsilon \mid bbA \\ A &\longrightarrow aaB \mid S \\ B &\longrightarrow abS \mid A \mid \varepsilon \end{aligned}$$

51. Hozzuk 3. típusú normálformára a $G = \langle \{a, b, c\}, \{S, A, B, C\}, \mathcal{P}, S \rangle$ nyelvtant, ha $\mathcal{P}$ a következő szabályokból áll:

$$\begin{aligned} S &\longrightarrow A \mid B \\ A &\longrightarrow abC \mid bcC \\ B &\longrightarrow baC \mid cbC \\ C &\longrightarrow S \mid \varepsilon \end{aligned}$$

52. Milyen nyelvet generál az alábbi $G = \langle \{a, b\}, \{S, A, B, K, X, Y\}, \mathcal{P}, S \rangle$ nyelvtan? Állításodat indokold! Milyen típusú a $G$ nyelvtan?

$\mathcal{P}$:

$S \longrightarrow XAKBY$

$K \longrightarrow AKB \,|\, AB$

$AB \longrightarrow BaA$

$XB \longrightarrow X$

$AY \longrightarrow Yb$

$aB \longrightarrow Ba$

$Aa \longrightarrow aA$

$Yb \longrightarrow b$

$X \longrightarrow \varepsilon$

53. Adj nyelvtant, amely az alábbi *függvénykifejezéseknek* megfelelő jelsorozatokat generálja!

    Egy függvénykifejezés egy azonosítóval kezdődik és zárójelben egy vagy több argumentuma lehet. Az argumentumokat vessző választja el. Argumentum egy azonosító vagy függvénykifejezés lehet. Az azonosító betűk sorozata lehet.

    Példák függvénykifejezésekre: sin(f(x,y),z)   f(alma)

54. $L_1 = \{ab, b\}$, $L_2 = \{ab^n | n \in \mathbb{N}\}$.
    Mivel egyenlőek az alábbi nyelvek?
    $L_2 \setminus L_1$, $L_2 \cap L_1^*$, $L_2 \setminus L_1^*$.

55. $L_1 = \{ab, ba, b\}$, $L_2 = b^*ab^*$.
    Mivel egyenlőek az alábbi nyelvek?
    $L_2 \setminus L_1$, $L_2 \cap L_1^*$, $L_2^{-1} \setminus L_1^*$.

56. $L_1 = \{a^n b^{3m+1} | n, m \in \mathbb{N}\}$, $L_2 = \{ab^n | n \in \mathbb{N}, 3 \leq n \leq 8\}$.
    Mivel egyenlőek az alábbi nyelvek?
    $L_1L_2$, $L_1 \cap L_2$, $L_1 \cap L_2^{-1}$.

57. $L_1 = \{ab, ba, b\}$, $L_2 = \{aba, a\}$, $L_3 = \{a^n b^n | n \in \mathbb{N}\}$.
    Mivel egyenlőek az alábbi nyelvek?
    $L_1^* \cap L_2^*$, $L_1^* \setminus L_3$, $(L_1 \cup L_2)^* \cap L_3$, $\mathrm{Suf}(L_3)$.

58. Milyen nyelvet generál a következő $G = \langle \{a, b\}, \{S\}, \mathcal{P}, S \rangle$ nyelvtan? Állításodat indokold!

    $\mathcal{P} = \{\ S \longrightarrow aaSb \,|\, SS \,|\, \varepsilon\ \}$

    Milyen típusú a $G$ nyelvtan?