# Bevezetés

(2.1, 2.2, 3.1)

## Számonkérés

***3 kicsi és 1 nagy zh***

A félév során három kis zh lesz: (20 pont / zh)

* kettő logikából
* egy számításelméletből

(max. 30 percesek, pl. két feladat, plusz egy-egy definíció)

A félév végén egy nagy zh lesz (60 pont):

(kb. 90 perces, mely egyharmad rész logika feladatokat, kétharmad rész számításelmélet feladatokat tartalmaz.)

**A félév végi jegy**:

**Az így kalkulált összpontszám**

* 40 %-a kell az elégségeshez,
* a további ponthatárok: 55%, 70%, 85%.

**A kettes feltétele még:**

* a kis zh összpontszámának 30%-t el kell érni és
* a nagy zh összpontszámának 30%-t el kell érni

**Felmentés:**

Felmentést az kaphat logikából akinek:

* megvan Pásztor Tanárnőnél a gyakjegye,
* vagy 2003-as tanár szakos,
* akiknek nincs logika képzés a tantervükben

Akinek logikából felmentése van, annak értelemszerűen csak a harmadik kis zh-t és a nagy zh számításelmélet részét kell megírnia.

A pontok 1/3 ill. 2/3 súllyal számítanak az összpontszámba.

**Elérhetőség:**

[**www.inf.elte.hu/~szilagyi**](http://www.inf.elte.hu/~szilagyi)

[**szilagyi@aszt.inf.elte.hu**](mailto:szilagyi@aszt.inf.elte.hu)

**Fogadó óra: kedd 10-12 2.620 szoba**

## Logika és számítástudomány

**Logika:**

A matematika tárgya a környező anyagi világ mennyiségi viszonyainak vizsgálata.

Ehhez kialakítottak:

* a való világra vonatkozó absztrakciókat
* mértékeket
* ezen belül alkalmazható számítási módszereket (kalkulusokat)

Így alakult ki az algebra, az aritmetika, a halmazelmélet, a geometria, stb..

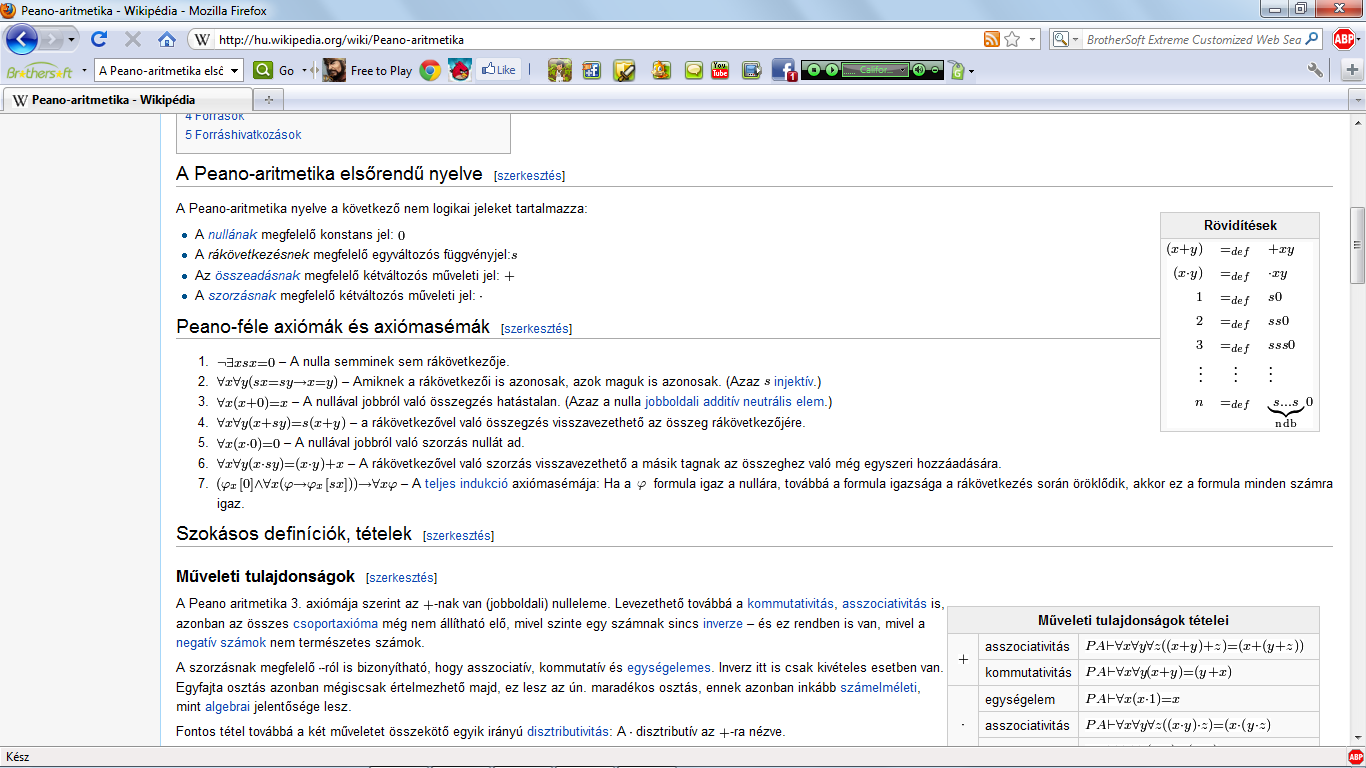
A logika feladata – bármelyik ágát tekintjük is a matematikának – a helyes gondolkodásformák, és következtetési szabályok kidolgozása.

A logika függetleníti magát az egyes állítások konkrét tartalmától, és csak azzal a lényegi tulajdonsággal foglalkozik, hogy egy állítás igaz-e vagy hamis.

A gondolkodás törvényei általános érvényűek, azonban a gondolkodás formák tudományonként változnak.

Van-e olyan, hogy egy állításnak több fokozata lehet igazság szempontjából (pl.: kavicshalom).

A **Peano-aritmetika** a [természetes számok](http://hu.wikipedia.org/wiki/Term%C3%A9szetes_sz%C3%A1mok) egy [elsőrendű](http://hu.wikipedia.org/wiki/Els%C5%91rend%C5%B1_logika) axiómarendszere. Bevett jelölése: **PA**.



**Számítástudomány:**

**Hilbert 1920-as évek:**

* formalizálni és axiomatizálni kellene a matematika összes elméletét egy közös formális nyelven
* **teljes** az axióma rendszer: minden igaz állítás levezethető (bizonyítható)
* **konzisztens** az axióma rendszer: nem vezethető le belőle egy állítás és a negáltja (tagadása) is

**Eldönthetőségi Probléma**: Kidolgozni egy olyan algoritmust, amely egy tetszőleges matematikai állításról eldöntjük, hogy igaz vagy hamis-e (ehhez kell egy közös formális nyelv).

**1929. Gödel Teljességi tétele**: Az elsőrendű kalkulus teljes, azaz minden érvényes (igaz) formula bizonyítható egy megfelelő axiómarendszerből

**1931. Gödel 1. nemteljességi tétele:** Minden olyan mechanikusan kiszámítható elméletben, ami tartalmazza az aritmetikát van olyan állítás, hogy sem nem bizonyítható sem nem cáfolható. Tehát van olyan állítás, ami igaz de nem bizonyítható. Vagyis minden olyan elmélet, ami eleget tesz a fenti feltételnek nem lehet egyszerre teljes és konzisztens. Ez még nem válasz teljesen az eldönthetőségi problémára.

/Igazság tétel: Ha egy axióma rendszer konzisztens, akkor teljes/

Kérdés: Ha egy axióma rendszer teljes, akkor konzisztens-e?

**1936. Negatív válasz az eldönthetőségi problémára: Church és Turing egymástól függetlenül**

## Logika feladata

* analizálja a gondolkodási formákat
* helyes következtetési módok feltárása

## Logika tárgya

a gondolkodás maga

## Állítás

* Egyszerű
* Logika fontos alapfogalma
* Valamely kijelentő mondat információtartalma
* Egyértelműen eldönthető legyen: igaz vagy hamis
  + Összetett

## Ellentmondástalanság elve

Egy állítás nem lehet igaz és hamis egyszerre.

¬(A∧¬A)

## Kizárt 3. elve

Nem lehet, hogy sem nem igaz, sem nem hamis egy állítás.

A∨¬A

## Egyszerű állítás alkotóelemei

* **Nevek**: individum név vagy leírás, amiről állítunk valamit

**Példa:** Panni kirándulni ment.

individum predikátum

* **A mondat többi része**, amit állítunk; önmagában is értelmes kifejezés vagy kifejezés szerkezet.  
  Ebből lesz a predikátum: mondat → {i,h}  
  Olyan logikai függvény, melyeknek a változószáma megegyezik a mondat individumszámával.

**Példa:** kirándulni\_ment (Panni)

predikátum argumentum

ind. pred. ind. ki kinél

Mari alacsonyabb, mint Géza. → alacsonyabb\_mint (Mari, Géza)

**Feladat:** Formalizálás

ind. pred. ind. ind. ki mikor hova

Most megyek az uszodába. (én) → megy (én, most, uszodába)

ind. pred. ki

Nagy Zoltán iskolaigazgató. → iskolaigazgató (Nagy Zoltán)

ind. pred. ind. ind. milyennek mit ki

Érdekesnek tartom ezt a könyvet. (én) → tartom (érdekesnek, ezt a könyvet, én)

Egy mondatnak több interpretációja is lehet.

**Házi feladat:** Formalizálás

Kati könyvet olvas.

Köd volt éjszaka.

Pisti nyitva felejtette a zuhanyt.

A szakszervezet makacs.

Az igazgató bezáratta az iskolát.

Tegnap borult volt az ég.

## Állítás és nem-állítás esetei

**Állítás:**

* igaz vagy hamis
* kontextustól független
* objektív
* általánosító állítások

**Nem állítás:**

* Nem létező individumról állítunk valamit  
  Pl.: Az orosz cár tegnap elutazott Moszkvából.
* Az individum meghatározása nem egyértelmű  
  Pl.: A sógorom ma reggel hívott telefonon
* A predikátumról szóló állítás nem egyértelmű  
  Pl.: Anna elég jól úszik.
* Ha a kijelentés jövő idejű  
  Pl.: Holnap sütni fog a nap.
* Paradoxonok (önhivatkozás)  
  Pl.: Minden krétai hazudik. (mondja egy krétai)  
  Most hazudok.
* Paraméteres állítások  
  Pl.: x > 5
* Kérdések  
  Pl.: Miért kering a Föld a Nap körül?
* Nem objektív állítás (szubjektív)
* Kontextustól függő állítások

**Példa:** Állítások-e?

* 2+2=5  
  hamis
* Most nem mondok igazat  
  paradoxon
* Minden 2-nél nagyobb páros szám előáll kettő prímszám összegeként.  
  sejtés → állítás → igaz
* A túra során meg fogunk mászni egy 1000m magas hegyet.  
  jövő idő
* A római pápa felesége 67 éves  
  nem létező individum
* A mágnes vonzza a vasat.  
  igaz

**Házi feladat:** Állítások-e?

Az IK jelenlegi dékánja 35 évnél fiatalabb.

A jövő hét kedden lesz logika gyakorlat.

A magyar nyelv a finn-ugor nyelvcsalád tagja.

x2+y2=1 a kör egyenlete.

A csoporttársaim elég jó fejek.

A budapesti Kossuth Lajos híd szürke színű.

## Összetett állítások

A köznapi nyelvben és a matematikában is kötőszavak segítségével az egyszerű állításokból összetett állításokat (ítéleteket) képezünk. A leggyakrabban használt kötőszavak a következők:

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Logikai művelet | Jele | Logikai összekötők |
| Negáció | ¬ | „nem”, „nem igaz”, „hogy” |
| Konjunkció | ∧ | „és”, „mégis”, „annak ellenére”, „bár” |
| Diszjunkció | ∨ | „vagy”, „de”, „legalábbis” |
| Implikáció | → | „ha, … akkor” |
| Ekvivalencia  (kettős implikáció) | ↔ | „akkor és csak akkor” |

## Műveletek igazságtáblája

A fenti logikai műveletek definíciója a következő.

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| ¬A | A | B | A∧B | A∨B | A→B | A↔B |
| H | I | I | I | I | I | I |
| H | I | H | H | I | H | H |
| I | H | I | H | I | I | H |
| I | H | H | H | H | I | I |

Az összes (16 db) logikai művelet áttekintése a Tk. 30. o. 3.2 Táblázatában található.

## Logikai jelek matematikai és köznapi jelentése

**∧ :** a köznapi és matematikai használata fedi egymást

**∨ :**

* megengedő  
  Pl.: Egészségtelenül táplálkozik vagy keveset mozog.
* kizáró  
  Pl.: Saját kocsival megy vagy hív egy taxit.  
  A∨kizB = (A ∨ B) ∧ ( ¬ (A ∧ B)

**Példa:**

Elmegy a boltba és kenyeret vesz.

időrendűség

1000-en vagy 2000-en lehettek az összejövetelen.

intervallum

Jancsi és Juliska testvérek.

predikátum individumai

Jancsi és Juliska eltévedt az erdőben.

lefedi

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| A | B | A→B |
| H | I | I |

**H→I :** I

Ha holnap süt a nap, akkor tízkor várlak az uszodában.

A→B

H I : I

↓

másnap nem süt a nap: nem köti ki, hogy mi van ekkor

A B

Csak akkor adok pénzt kölcsön, ha holnap nyerek a lottón.

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| A | B | A△B |
| I | I | I |
| I | H | H |
| H | I | I |
| H | H | I |

**A→B ≡ „csak akkor A, ha B” ≡ „A elégséges feltétele B-nek” ≡ „B szükséges feltétele A-nak”**

H.F.: Ugyanezt megcsinálni a fentiekre is.

## Formalizálás

Köznapi mondatokból → formulák

**Állításjel:**

Egy egyszerű állításhoz egy betűt rendel (vagy igaz vagy hamis)

Elsőrendű állításoknál:

* predikátum
* individum

**Individumváltozó:**

Az individumok halmazát futja be

**Ítélet (állítás, logikai) változó:**

Az ítéletek halmazát futja be

**Példa:**

Ha süt a nap, akkor Péter strandra megy.

S: süt a nap

M: Péter strandra megy

S→M

Csak akkor megy Péter strandra, ha úszik.

M: Péter strandra megy

U:úszik

M→U

Esik az eső és nem süt a nap.

E: esik az eső

S: süt a nap

E∧¬S

Esik az eső vagy valaki nyitva felejtette a zuhanyt.

E: esik az eső

Z: zuhany nyitva

E∨Z

A szép idő szükséges feltétele annak, hogy kiránduljunk.

Sz: szép idő

K: kirándulás

K→Sz

Péternek nincs lehetősége otthon úszni.

U: Péter úszhat

O: Péter otthon van

¬(O∧U)

Ha süt a nap, Péter nem marad otthon.

S: süt a nap

O: Péter otthon van

S→¬O